

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2005

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + xy = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}.$$

Bài 2.

Giải phương trình:

$$x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11.$$

Bài 3.

Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$x^2 + 17y^2 + 34xy + 51(x+y) = 1740.$$

Bài 4.

Cho đường tròn (O) , (O') nằm ngoài nhau có tâm tương ứng là O và O' . Một tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn tiếp xúc với (O) tại A và (O') tại B . Một tiếp tuyến chung trong của hai đường tròn cắt AB tại I , tiếp xúc với (O) tại C và (O') tại D . Biết C nằm giữa I và D .

- Hai đường thẳng OC , $O'B$ cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $OM > O'M$.
- Ký hiệu (S) là đường tròn đi qua A, C, B và (S') là đường tròn đi qua A, D, B . Đường thẳng CD cắt (S) tại E khác C và cắt (S') tại F khác D . Chứng minh rằng AF vuông góc với BE .

Bài 5.

Giả sử x, y, z là các số dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $xy^2z^2 + x^2z + y = 3z^2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{z^4}{1 + z^4(x^4 + y^4)}.$$