

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2009

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải phương trình:

$$x^2 - x + 2 = 2\sqrt{x^2 - x + 1}.$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + xy = 1 \\ 3x + y = y^2 + 3 \end{cases}.$$

Bài 2.

1. Tìm chữ số tận cùng của số $13^{13} + 6^6 + 2009^{2009}$.
2. Cho a, b là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a+b}{\sqrt{a(4a+5b)} + \sqrt{b(4b+5a)}}.$$

Bài 3.

Cho hình thoi $ABCD$. Gọi H là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là a , bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD là b .

1. Chứng minh rằng: $\frac{AH}{BH} = \frac{a}{b}$.
2. Tính diện tích hình thoi $ABCD$ theo a và b .

Bài 4.

Với các số a, b, c dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{\sqrt{3a^2 + 8b^2 + 14ab}} + \frac{b^2}{\sqrt{3b^2 + 8c^2 + 14cb}} + \frac{c^2}{\sqrt{3c^2 + 8a^2 + 14ac}} \geq \frac{1}{5}(a+b+c).$$