

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2010

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 2.

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x^2 + 8y^2 + 12xy = 23 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}.$$

3. Giải phương trình:

$$\sqrt{2x+1} + 3\sqrt{4x^2 - 2x + 1} = 3 + \sqrt{8x^3 + 1}.$$

Bài 3.1. Tìm tất cả các cặp số nguyên không âm $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức:

$$(1+x^2)(1+y^2) + 4xy + 2(x+y)(1+xy) = 25.$$

2. Với mỗi số thực a , ta gọi phần nguyên của số a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và ký hiệu là $[a]$. Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương ta luôn có:

$$\left[\frac{3}{1.2} + \frac{7}{2.3} + \dots + \frac{n^2 + n + 1}{n(n+1)} \right] = n.$$

Bài 4.

Cho đường tròn (O) với đường kính $AB = 2R$. Trên đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (O) tại A ta lấy điểm C sao cho $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi H là giao điểm thứ hai của đường thẳng BC với đường tròn (O) .

1. Tính độ dài các đoạn thẳng AC , BC và khoảng cách từ A đến đường thẳng BC theo R .
2. Với mỗi điểm M trên đoạn AC , đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại điểm N (khác B). Chứng minh rằng bốn điểm C , M , N , H nằm trên cùng một đường tròn và tâm của đường tròn đó luôn chạy trên một đường thẳng cố định khi M thay đổi trên đoạn AC .

Bài 5.

Với a, b là các số thực thỏa mãn đẳng thức $(1+a)(1+b) = \frac{9}{4}$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \sqrt{1+a^4} + \sqrt{1+b^4}.$$