

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2011

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)y^2 + x + y = 3 \\ (y-2)x^2 + y = x + 1 \end{cases}.$$

2. Giải phương trình:

$$\sqrt{x + \frac{3}{x}} = \frac{x^2 + 7}{2(x+1)}.$$

Bài 2.

1. Chứng minh rằng không tồn tại các bộ ba số nguyên
- $(x; y; z)$
- thỏa mãn đẳng thức:

$$x^4 + y^4 = 7z^4 + 5.$$

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên
- $(x; y)$
- thỏa mãn đẳng thức:

$$(x+1)^4 - (x-1)^4 = y^3.$$

Bài 3.

Cho hình bình hành $ABCD$ với $\widehat{BAD} < 90^\circ$. Đường phân giác của góc $\widehat{BCD}$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại O khác C . Kẻ đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với CO . Đường thẳng (d) lần lượt cắt các đường thẳng CB, CD tại E, F .

1. Chứng minh rằng $\triangle OBE = \triangle ODC$.
2. Chứng minh rằng O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF .
3. Gọi giao điểm của OC và BD là I . Chứng minh rằng $IB \cdot BE \cdot EI = ID \cdot DF \cdot FI$.

Bài 4.

Với x, y là những số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{x^3}{x^3 + 8y^3}} + \sqrt{\frac{4y^3}{y^3 + (x+y)^3}}.$$