

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2013

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải phương trình:

$$\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3.$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \left(x + \frac{1}{y} \right) = xy + \frac{1}{xy} \end{cases}.$$

Bài 2.

1. Với
- a, b, c
- là các số thực khác 0 thỏa mãn đẳng thức
- $(a+b)(b+c)(c+a) = 8abc$
- .

Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} = \frac{3}{4} + \frac{ab}{(a+b)(b+c)} + \frac{bc}{(b+c)(c+a)} + \frac{ca}{(c+a)(a+b)}.$$

2. Có bao nhiêu số nguyên dương có 5 chữ số
- $\overline{abcde}$
- sao cho
- $\overline{abc} - (10d + e)$
- chia hết cho 101?

Bài 3.

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) với $AB < AC$. Đường phân giác của góc BAC cắt (O) tại điểm D khác A . Gọi M là trung điểm của AD và E là điểm đối xứng với D qua tâm O . Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM cắt đoạn thẳng AC tại điểm F khác A .

- Chứng minh rằng tam giác BDM và tam giác BCF đồng dạng.
- Chứng minh rằng EF vuông góc với AC .

Bài 4.

Với a, b, c, d là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc + bcd + cda + dab = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 9d^3$.