

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2014

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải phương trình:

$$\left(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}\right)\left(2 + 2\sqrt{1-x^2}\right) = 8.$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1 \\ x^2 + xy + 2y^2 = 4 \end{cases}.$$

Bài 2.

1. Giả sử
- x, y, z
- là các số thực dương thỏa mãn điều kiện
- $x + y + z = xyz$
- . Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{1+x^2} + \frac{2y}{1+y^2} + \frac{3z}{1+z^2} = \frac{xyz(5x+4y+3z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}.$$

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$x^2y^2(x+y) + x + y = 3 + xy.$$

Bài 3.

Cho tam giác ABC nhọn với $AB < BC$. Gọi D là điểm thuộc cạnh BC sao cho AD là phân giác của BAC . Đường thẳng qua C song song với AD cắt trung trực của AC tại E . Đường thẳng qua B song song với AD cắt trung trực của AB tại F .

1. Chứng minh rằng tam giác ABF đồng dạng với tam giác ACE .
2. Chứng minh rằng các đường thẳng BE, CF, AD đồng quy tại một điểm, gọi điểm đó là G .
3. Đường thẳng qua G song song với AE cắt đường thẳng BF tại Q . Đường thẳng QE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác GEC tại P khác E . Chứng minh rằng các điểm A, P, G, Q, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 4.

Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng:

$$2abc(a+b+c) \leq \frac{5}{9} + a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2.$$