

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2016

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (3,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + xy(x+y) = 4 \\ (xy+1)(x^2+y^2) = 4 \end{cases}.$$

2. Giải phương trình:

$$\sqrt{7x+2} - \sqrt{5-x} = \frac{8x-3}{5}.$$

Bài 2. (2,5 điểm)1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho tồn tại các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2 + mxy^2 = 3m \\ 2 + m(x^2 + y^2) = 6m \end{cases}.$$

2. Với x, y là những số thực thỏa mãn các điều kiện $0 < x \leq y \leq 2$, $2x + y \geq 2xy$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = x^2(x^2 + 1) + y^2(y^2 + 1).$$

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với $AB < AC$. Phân giác của BAC cắt BC tại D và cắt (O) tại E khác A . M là trung điểm của đoạn thẳng AD . Đường thẳng BM cắt (O) tại P khác B . Giả sử các đường thẳng EP và AC cắt nhau tại N .

1. Chứng minh tứ giác $APNM$ nội tiếp và N là trung điểm của đoạn thẳng AC .
2. Giả sử đường tròn (K) ngoại tiếp tam giác EMN cắt đường thẳng AC tại Q khác N . Chứng minh rằng B và Q đối xứng nhau qua AE .
3. Giả sử (K) cắt đường thẳng BM tại R khác M . Chứng minh rằng $RA \perp BC$.

Bài 4. (1,0 điểm)

Số nguyên a được gọi là “đẹp” nếu với mọi cách sắp xếp theo thứ tự tùy ý của 100 số $1, 2, \dots, 100$ luôn tồn tại 10 số hạng liên tiếp có tổng lớn hơn hoặc bằng a . Tìm số “đẹp” lớn nhất.