

## ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

## ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2017

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**Bài 1.** (3,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 1 \\ x + x^2y = 2y^3 \end{cases}.$$

2. Giải phương trình:

$$2(x+1)\sqrt{x+1} = (\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})(2 - \sqrt{1-x^2}).$$

**Bài 2.** (2,5 điểm)

1. Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên
- $x, y$
- thỏa mãn đẳng thức:

$$12x^2 + 26xy + 15y^2 = 4617.$$

2. Với
- $a, b$
- là các số thực dương, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = (a+b) \left( \frac{1}{a^3+b} + \frac{1}{b^3+a} \right) - \frac{1}{ab}.$$

**Bài 3.** (3,0 điểm)

Cho hình thoi  $ABCD$  với  $\widehat{BAD} < 90^\circ$ . Đường tròn tâm  $I$  nội tiếp tam giác  $ABD$  tiếp xúc với  $BD, BA$  lần lượt tại  $J, L$ . Trên đường thẳng  $LJ$  lấy điểm  $K$  sao cho  $BK$  song song với  $ID$ .

- Chứng minh rằng  $\widehat{CBK} = \widehat{ABI}$ .
- Chứng minh rằng  $KC \perp KB$ .
- Chứng minh rằng bốn điểm  $C, K, I, L$  cùng nằm trên một đường tròn.

**Bài 4.** (1,0 điểm)

Tìm tập hợp số nguyên dương  $n$  sao cho tồn tại một cách sắp xếp các số  $1, 2, \dots, n$  thành  $a_1, a_2, \dots, a_n$  mà khi chia các số  $a_1, a_1a_2, a_1a_2a_3, \dots, a_1a_2\dots a_n$  cho  $n$  ta được các số dư đôi một khác nhau.