

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2018

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải phương trình:

$$x^2 - x + 2\sqrt{x^3 + 1} = 2\sqrt{x + 1}.$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy + y^2 = 1 + y \\ x^2 + 2y^2 + 2xy = 4 + x \end{cases}.$$

Bài 2.

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$(x + y)(3x + 2y)^2 = 2x + y - 1.$$

2. Với a, b là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a + 2b} = 2 + \sqrt{\frac{b}{3}}$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{a}{\sqrt{a + 2b}} + \frac{b}{\sqrt{b + 2a}}.$$

Bài 3.

Cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại các điểm D, E, F . Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng DE , M là trung điểm của đoạn thẳng DF .

1. Chứng minh rằng hai tam giác BKM và DEF đồng dạng.
2. Gọi L là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng DF , N là trung điểm của đoạn thẳng DE . Chứng minh rằng hai đường thẳng MK và NL song song.
3. Gọi J, X lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng KL, ID . Chứng minh rằng đường thẳng JX vuông góc với đường thẳng EF .

Bài 4.

Trên mặt phẳng cho hai điểm P, Q phân biệt. Xét 10 đường thẳng nằm trong mặt phẳng trên thỏa mãn các tính chất sau:

- i. không có hai đường thẳng nào song song hoặc trùng nhau;
- ii. mỗi đường thẳng đi qua P hoặc Q , không có đường thẳng nào đi qua cả P và Q .

Hỏi 10 đường thẳng trên có thể chia mặt phẳng thành tối đa bao nhiêu miền? Hãy giải thích.