

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI – TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2019

Môn thi: TOÁN (Vòng 1 – Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải phương trình:

$$\frac{26x+5}{\sqrt{x^2+30}} + 2\sqrt{26x+5} = 3\sqrt{x^2+30}.$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ (x+2y)(2+3y^2+4xy) = 27 \end{cases}$$

Bài 2.

1. Tìm tất cả các cặp
- $(x; y)$
- nguyên thỏa mãn:

$$(x^2 - x + 1)(y^2 + xy) = 3x - 1.$$

2. Với
- x, y
- là các số thực thỏa mãn
- $1 \leq y \leq 2, xy + 2 \geq 2y$
- , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x^2 + 4}{y^2 + 1}.$$

Bài 3.

Cho hình vuông $ABCD$, đường tròn (O) nội tiếp hình vuông $ABCD$ tiếp xúc với các cạnh AB, AD lần lượt tại các điểm E, F . Gọi giao điểm của CE và BF là G .

1. Chứng minh rằng năm điểm A, F, O, G, E cùng nằm trên một đường tròn.
2. Gọi giao điểm của FB và đường tròn (O) là M (M khác F). Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn thẳng BG .
3. Chứng minh rằng trục tâm tam giác GAF nằm trên đường tròn (O) .

Bài 4.

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} \geq \frac{2}{3} \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{z}{\sqrt{1+z^2}} \right)^3.$$